

XXIV Київський математичний фестиваль

Індивідуальна онлайн-олімпіада

Умови задач для 7-8 класу

1. На площині розташовано n попарно не паралельних прямих, жодні три з яких не перетинаються в одній точці. Відрізок, що сполучає дві точки перетину якихось з цих прямих називається “свіжим”, якщо він не лежить на жодній з початкових n прямих. Знайти кількість свіжих відрізків.

2. Дано натуральні числа $k > 2$, n та просте число p такі, що

$$n + p = (n - p)^k.$$

Довести, що $k - 1$ та $n - 2$ є простими числами.

3. У трикутник ABC вписане коло з центром I . Точка D на стороні AC така, що $\angle AID = 90^\circ$. Довести, що центр описаного кола трикутника BID лежить на бісектрисі зовнішнього кута $\angle ACB$.
4. Для яких натуральних чисел $n \geq 3$ можна розташувати по колу n різних дійсних чисел так, що кожне з цих чисел дорівнює різниці своїх сусідів?

Кожна задача оцінюється в 7 балів. Задачі мають бути розв’язані самостійно.